

## فصل هفتم: عبارات گویا

## ۱- حل یک مسئله:

اگر عملی با یک وسیله در  $a$  واحد زمانی انجام شود و همان عمل با وسیله دیگری در  $b$  واحد زمانی انجام شود این عمل همزمان توسط دو وسیله در  $\frac{ab}{a+b}$  واحد زمانی انجام می‌شود.

• مثال:

۱- فرض کنید یک کارگر کاری را در ۸ روز انجام می‌دهد و کارگر دیگری همان کار را در ۶ روز انجام می‌دهد. اگر این دو کارگر همزمان کار را شروع کنند کار در چند روز تمام می‌شود؟

پاسخ: اگر کل کار را یک واحد در نظر بگیریم کارگر اول در یک روز  $\frac{1}{8}$  و کارگر دوم در یک روز  $\frac{1}{6}$  کار انجام می‌دهد بنابراین اگر هر دو باهم کار کنند در یک روز  $\frac{1}{6} + \frac{1}{8}$  یعنی  $\frac{7}{24}$  کار را انجام می‌دهند. بنابراین با یک تناسب ساده می‌توان پیدا کرد کل کار در چند روز انجام می‌شود:

$$\frac{1}{24} = \frac{x}{1} \Rightarrow x = \frac{1}{\frac{7}{24}} = \frac{24}{7} = 3 \frac{3}{7}$$

بنابراین کل کار در سه روز و  $\frac{3}{7}$  یک روز انجام می‌شود.

تذکره:

(۱) اگر از فرمول بالا برای حل مسئله استفاده کنیم داریم:

$$\begin{aligned} a &= 8 \\ b &= 6 \end{aligned} \Rightarrow x = \frac{8 \times 6}{8 + 6} = \frac{48}{14} = \frac{24}{7}$$

که همان نتیجه بالا می‌باشد.

(۲) به جای اثبات فرمول مثال (۱) را مطرح کردیم بنابراین با روشی مشابه روش حل این مثال می‌توان فرمول  $\frac{ab}{a+b}$  را ثابت کرد.

## ۲- عبارات گویا:

عبارات جبری که پس از ساده کردن به صورت تقسیم دو چند جمله‌ای نوشته می‌شود عبارت گویا نامیده می‌شود.

• مثال:

۲- کدامیک از عبارات زیر گویا هستند و کدامیک عبارت گویا نیستند؟

$$\text{الف) } \frac{x+3}{x-1} \quad \text{ب) } \frac{\sqrt{x}-3}{x+6} \quad \text{ج) } 3x-7 \quad \text{د) } \frac{xy-x^3y^3}{y^5}$$

پاسخ: قسمت (ب) عبارت گویا نیست ولی بقیه قسمت‌ها عبارت گویا هستند.

۳- مقدار عددی هریک از عبارات گویای زیر را در ازای مقادیر داده شده پیدا کنید.

$$\text{الف) } A = \frac{a^2 - 3ab}{a + b}, \quad (a = 3, b = 5) \quad \text{ب) } B = \frac{x^3 - 4y + 5}{x - 3}, \quad (x = 3, y = 1)$$

که پاسخ:

$$\text{الف) } (a = 3, b = 5) \quad A = \frac{a^2 - 3ab}{a + b} = \frac{9 - 45}{8} = \frac{-36}{8} = \frac{-9}{2}$$

$$\text{ب) } (x = 3, y = 1) \quad B = \frac{x^3 - 4y + 5}{x - 3} = \frac{28}{0}$$

چون در مخرج کسر نباید صفر باشد پی این عبارت به ازای  $x = 3$  تعریف نشده (یا بی معنا) می شود.

تذکره:

۳) اگر مخرج کسر در ازای عدد یا اعدادی برابر صفر شود گوییم این کسر در ازای آن عدد یا اعداد تعریف نشده است.

• مثال:

$$۴- \text{ کسر } A = \frac{3x-1}{x^2-4} \text{ در ازای چه مقادیری تعریف نشده است؟}$$

که پاسخ: ابتدا مخرج را مساوی صفر قرار می دهیم:

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ x + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

پس این کسر در ازای ۲ و -۲ تعریف نشده است.

### ۳- اعمال جبری روی عبارات گویا:

**جمع:** برای جمع کردن دو کسر از قاعده های زیر استفاده می کنیم.

$$\text{الف) } \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b} \quad \text{ب) } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

• مثال: ۵- جمع کنید:

$$۱) \frac{4x+7}{5x+3} - \frac{4-x}{5x+3} = \frac{4x+7-4+x}{5x+3} = \frac{5x+3}{5x+3} = 1$$

$$۲) \frac{x}{ab} - \frac{2y}{a^2b} + \frac{1}{a^2} = \frac{ax-2y+b}{a^2b}$$

$$۳) \frac{x-1}{x+1} + \frac{2x-3}{x-1} = \frac{(x-1)^2 + (2x-3)(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2-2x+1+2x^2+2x-3x-3}{(x+1)(x-1)} = \frac{3x^2-3x-2}{(x+1)(x-1)}$$

$$۴) \frac{x+2}{x^2-1} + \frac{3}{x+1} = \frac{x+2}{(x-1)(x+1)} + \frac{3}{x+1} = \frac{x+2+3(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+2+3x-3}{(x-1)(x+1)} = \frac{4x-1}{(x-1)(x+1)}$$

## تذکر

۴) برای جمع کردن کسرها اگر مخرج مساوی نباشند در صورت امکان آنها را تجزیه کرده و عامل‌های مشترک و غیر مشترک با بیشترین توان را به عنوان مخرج مشترک (ک.م.م.مخرج‌ها) قرار می‌دهیم.

**ضرب:** برای کسرها از قاعده‌ی  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$  استفاده می‌کنیم.

• مثال:

۶- ضرب کنید:

$$\text{الف) } \frac{3a}{4b} \times \frac{8c}{9e} = \frac{3a \times 8c}{4b \times 9e} = \frac{24ac}{36be} = \frac{2ac}{3be}$$

$$\text{ب) } \frac{x+1}{x-2} \times \frac{x-1}{x^2+4+2x} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x-2)(x^2+4+2x)} = \frac{x^2-1}{x^3-8}$$

**تقسیم:** برای تقسیم کسرها از قاعده‌ی  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$  استفاده می‌کنیم.

تذکر

۵) تفریق در واقع جمع یک کسر با قرینه‌ی آن و تقسیم کسرها ضرب کسر اول در معکوس کسر دوم می‌باشد.

## 4- ساده کردن عبارات گویا:

برای ساده کردن کسرها ابتدا صورت و مخرج آن را تا حد امکان تجزیه کرده و عوامل مشابه در صورت و مخرج را حذف

می‌کنیم.

• مثال:

۷- هر یک از عبارات زیر را تا حد امکان ساده کنید:

$$\text{الف) } \frac{x^2-1}{x^2-5x+4} = \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}(x-4)} = \frac{x+1}{x-4}$$

$$\text{ب) } \frac{x^3-8}{(x^2-4)(x^2+2x+4)} = \frac{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}{(x-2)\cancel{(x+2)}(x^2+2x+4)} = \frac{1}{x+2}$$

$$\text{ج) } \frac{x^2+5x}{x^2+6x+5} = \frac{\cancel{x}(x+5)}{\cancel{(x+5)}(x+1)} = \frac{x}{x+1}$$

تذکره:

۶) یک کسر و ساده شده آن فقط در ازای اعدادی که مخرج هیچ یک از دو کسر را صفر نمی‌کنند برابرند.

## 5- تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای:

۱) تقسیم یک جمله‌ای بر یک جمله‌ای:

در این حالت ابتدا ضرایب عددی را بر هم و سپس متغیرها را با در نظر گرفتن قاعده‌ی زیر بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases} \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} & m > n \\ \frac{a^m}{a^n} = 1 & m = n \quad a \neq 0 \\ \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} & m < n \end{cases}$$

• مثال:

$$\frac{-6x^5y^3z^2}{7x^2y^4z^2} = -\frac{6}{7} \times \frac{x^5}{x^2} \times \frac{y^3}{y^4} \times \frac{z^2}{z^2} = \frac{-6}{7} x^{5-2} \times \frac{1}{y^{4-3}} \times 1 = -\frac{6x^3}{7y}$$

**(۲) تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای:**

قبلاً دیده‌اید که اگر  $a, b, c$  اعداد حقیقی باشند و  $c \neq 0$ ، آنگاه  $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ . بنابراین برای تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای ابتدا به کمک قاعده‌ی بالا آن را به صورت جمع (تفریق) چند تا یک جمله‌ای می‌نویسیم و سپس مانند حالت قبل عمل می‌کنیم.

• مثال:

$$\frac{6a^3x^2y - 5a^3x^4 + 2a^4x^2y}{2a^3x^2} = \frac{6a^3x^2y}{2a^3x^2} - \frac{5a^3x^4}{2a^3x^2} + \frac{2a^4x^2y}{2a^3x^2} = 3y - \frac{5}{2}x^2 + ay$$

**(3) تقسیم چند جمله‌ای بر چند جمله‌ای:**

برای این منظور گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: چند جمله‌ای‌های مقسوم و مقسوم علیه را به فرم استاندارد می‌نویسیم.

گام دوم: اولین جمله‌ی مقسوم را بر اولین جمله‌ی مقسوم علیه تقسیم می‌کنیم تا اولین جمله‌ی خارج قسمت به دست آید. (تقسیم یک جمله‌ای بر یک جمله‌ای)

گام سوم: جمله‌ی به دست آمده برای خارج قسمت را دز تک تک جملات مقسوم علیه ضرب می‌کنیم. (ضرب یک جمله‌ای در چند جمله‌ای) و حاصل را از مقسوم کم می‌کنیم.

گام چهارم: عبارت به دست آمده از گام سوم را دز نظر می‌گیریم. اگر درجه‌ی آن صفر و یا کمتر از درجه‌ی مقسوم علیه بود، تقسیم به پایان رسیده‌و این عبارت باقیمانده‌ی تقسیم می‌باشد. در غیر این صورت آن را به عنوان مقسوم جدید در نظر گرفته و به گام اول می‌رویم.

• مثال:

۸- باقیمانده‌ی تقسیم  $6x + x^9 + 9$  را بر  $x + 2$  تعیین کنید؟

ک پاسخ:

گام اول: آیا مقسوم و مقسوم علیه به فرم استاندارد هستند؟ خیر، مقسوم به فرم استاندارد نیست لذا آن را به شکل استاندارد می‌نویسیم:

$$x^2 + 6x + 9 \mid x + 2$$

گام دوم: اولین جمله‌ی مقسوم را بر اولین جمله‌ی مقسوم علیه تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{x^2}{x} = x$$

حاصل را در محل خارج قسمت می‌نویسیم:

$$x^2 + 6x + 9 \Big| \begin{array}{l} x + 2 \\ x \end{array}$$

گام سوم: حاصل مرحله‌ی قبل را در مقسوم علیه ضرب می‌کنیم:

$$x(x + 2) = x^2 + 2x$$

حاصل ضرب را زیر مقسوم می‌نویسیم و آن را از مقسوم علیه کم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} x^2 + 6x + 9 \Big| x + 2 \\ - (x^2 + 2x) \quad \quad \quad \\ \hline \end{array}$$

$$(x^2 + 6x + 9) - (x^2 + 2x) = \cancel{x^2} + 6x + 9 - \cancel{x^2} - 2x = 4x + 9$$

گام چهارم: درجه‌ی  $4x + 9$  (حاصل مرحله‌ی قبل) از درجه‌ی مقسوم علیه کمتر نیست. بنابراین  $4x + 9$  را به عنوان مقسوم

جدید در نظر می‌گیریم و مراحل بالا را تکرار می‌کنیم.

اولین جمله‌ی  $4x + 9$  را بر اولین جمله‌ی مقسوم علیه تقسیم می‌کنیم و حاصل را در محل خارج قسمت می‌نویسیم:

$$\frac{4x}{x} = 4$$

حاصل مرحله‌ی قبل (یعنی عدد ۴) را در مقسوم علیه ضرب می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} x^2 + 6x + 9 \Big| \begin{array}{l} x + 2 \\ x + 4 \end{array} \\ - (x^2 + 2x) \quad \quad \quad \\ \hline 4x + 9 \end{array}$$

حاصل مرحله‌ی قبل را از مقسوم جدید کم می‌کنیم:

$$4(x + 2) = 4x + 8$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 6x + 9 \Big| \begin{array}{l} x + 2 \\ x + 4 \end{array} \\ - (x^2 + 2x) \quad \quad \quad \\ \hline 4x + 9 \\ - (4x + 8) \quad \quad \quad \\ \hline \end{array}$$

$$(4x + 9) - (4x + 8) = 1$$

درجه‌ی حاصل یعنی ۱، از درجه‌ی مقسوم علیه کمتر است (درجه‌ی ۱، صفر و درجه‌ی  $x + 2$ ، یک است) پس عدد ۱، باقیمانده می‌باشد و تقسیم پایان سافته است.

تذکره:

(۷) در یک تقسیم همواره رابطه‌ی روبه‌رو برقرار است:

$$\text{باقیمانده} + (\text{خارج قسمت} \times \text{علیه مقسوم}) = \text{مقسوم}$$

از این رابطه برای امتحان درستی تقسیم استفاده می‌کنیم، در مثال قبیل داریم:

$$(x + 2)(x + 4) + 1 = x^2 + 4x + 2x + 8 + 1 = x^2 + 6x + 9$$

• مثال:

۹- باقیمانده‌ی تقسیم‌های زیر را تعیین کنید.

$$\begin{array}{r} x^3 - 5x + 2 \quad \left| \quad \frac{x+1}{x^2 - x - 4} \right. \\ \underline{-x^3 - x^2} \\ -x^2 - 5x + 2 \\ \underline{x^2 + x} \\ 4x + 2 \\ \underline{4x + 4} \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^3 - y^3 \quad \left| \quad \frac{x-y}{x^2 + xy + y^3} \right. \\ \underline{-x^3 - x^2y} \\ x^2y - y^3 \\ \underline{-x^2y + xy^2} \\ xy^2 - y^3 \\ \underline{-xy^2 - y^3} \\ 0 \end{array}$$

## ۶- عبارات رادیکالی:

عبارت جبری که در آن متغیر زیر رادیکال قرار گیرد عبارت رادیکالی نامیده می‌شود. اعمال جبری با رادیکال‌ها تابع همان قوانین اعداد رادیکالی هستند.

## ۱) گویا کردن مخرج کسره‌های رادیکالی:

عبارت تک رادیکالی  $\left(\frac{1}{\sqrt{A}}\right)$ : برای گویا کردن مخرج این کسر صورت و مخرج را در  $\sqrt{A}$  ضرب می‌کنیم.

• مثال:

10- مخرج کسره‌های زیر را گویا کنید:

$$1) \frac{1}{\sqrt{x-1}} \times \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x-1}}{x-1}$$

$$2) \frac{x^2-4}{3\sqrt{x+2}} \times \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}} = \frac{(x-2)(x+2)\sqrt{x+2}}{3(x+2)} = \frac{(x-2)\sqrt{x+2}}{3}$$

مخرج کسر دو رادیکالی  $\left(\frac{1}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}}\right)$ : برای گویا کردن مخرج این گونه کسرها صورت و مخرج را در مزدوج ضرب

می‌کنیم. توجه کنید که  $a+b$  را مزدوج  $a-b$  و عبارت  $a-b$  را مزدوج  $a+b$  گوئیم.

• مثال:

11- مخرج کسره‌های زیر را گویا کنید:

$$1) \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{x}}{\sqrt{3}+\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{x}}{3-x}$$

$$2) \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}+3\sqrt{y}} \times \frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}+1)(2\sqrt{x}-3\sqrt{y})}{4x+9y}$$

$$3) \frac{5x}{\sqrt{\sqrt{a}-4}} \times \frac{\sqrt{\sqrt{a}-4}}{\sqrt{\sqrt{a}-4}} = \frac{5 \times \sqrt{\sqrt{a}-4}}{\sqrt{a}-4} \times \frac{\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}+4} = \frac{5 \times \sqrt{\sqrt{a}-4}(\sqrt{a}+4)}{a-16}$$

## ✓ تست‌های عبارات گویا:

## الف) مفهوم:

۱- کدامیک از عبارات‌های زیر، یک عبارت گویاست؟

- الف)  $4x$
- ب)  $\frac{\sqrt{5}x+7y-6xy^2}{3x^3}$
- ج)  $\frac{x^2+2\sqrt{x}+7}{x^2-1}$
- د)  $\frac{(a+b)^{-2}}{a^2+b^2} - 1$
- ه)  $\frac{1}{\sqrt{3}x^2+\sqrt{\pi}}$
- ز)  $\sqrt{1387+\pi}$
- ط)  $\frac{\sqrt{3}a^{-1}}{\sqrt{3}-a}$
- ی)  $\frac{1}{2\sqrt{y}+y\sqrt{2}}$

۲- هر یک از عبارات زیر به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف نشده هستند؟

- الف)  $\frac{x}{x+2}$
- ب)  $\frac{x^2-a}{x^2-y^2}$
- ج)  $\frac{x^2-1}{x^2+2}$
- د)  $\frac{xy}{(x-3)(x+7)}$
- ه)  $\frac{2}{x+3} + \frac{1}{x} - \frac{7}{x-7}$
- و)  $\frac{x}{x}$
- ی)  $\frac{x\sqrt{x}}{x\sqrt{x}(x+1)}$

## ب) اعمال جبری روی عبارات گویا و ساده کردن آنها:

۳- عبارات گویایی بیابید که اگر با  $\frac{x+3}{2x-6}$  جمع شود حاصل برابر  $\frac{3}{2}$  شود.

۴- عبارات گویایی بیابید که اگر با  $\frac{x-1}{x+1}$  جمع شود، حاصل برابر عکس عبارت شود.

۵- عبارت گویایی را بیابید که حاصلضرب آن در  $\frac{y^2}{3y-5}$  برابر  $y^2$  شود.

۶- اگر  $A = \frac{5}{3x-12}$  و  $B = \frac{x}{x^2+x-20}$

الف)  $A$  و  $B$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف نشده‌اند؟

ب) مجموع  $A + B$  را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$B = \frac{x^2-16}{x^2+3x-4} \quad \text{و} \quad A = \frac{x-1}{x^2-4x} \quad \text{اگر ۷-}$$

الف)  $A$  و  $B$  به ازای چه مقادیری از  $x$  عبارت  $A$  تعریف نشده‌اند؟

ب) حاصلضرب  $A \times B$  را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$8- \text{اگر نسبت } x \text{ به } y \text{ برابر } \frac{5}{4} \text{ باشد.}$$

الف) نسبت  $2x - y$  به  $x + y$  چقدر است؟  
ب) نسبت  $8x - 10y$  به  $x^2 - y^2$  چقدر است؟

$$9- \text{اگر نسبت } 2y - x \text{ به } 3x - 4y \text{ برابر } \frac{2}{3} \text{ باشد.}$$

الف) نسبت  $x$  به  $y$  چقدر است؟  
ب) نسبت  $x + 2y$  به  $3x - 5y$  چقدر است؟

$$10- \text{اگر حاصلضرب عبارات گویای } A \text{ و } B = \frac{x^2+10x-24}{x^2-10x+24} \text{ برابر } \left(1 + \frac{4}{x-6}\right) \text{ باشد، } A \text{ را بیابید؟}$$

$$11- \text{درستی عبارت } \left(\frac{ab+1}{ab-1} - \frac{ab-1}{ab+1}\right) \div \left(\frac{ab+1}{ab-1} + \frac{ab-1}{ab+1} - 2 = ab\right) \text{ ثابت کنید.}$$

$$12- \text{با فرض } xyz = 1 \text{ ثابت کنید } \frac{x}{zy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{az+z+1} = 1$$

$$13- \text{اگر } 2x + \frac{1}{x} = 3 \text{، حاصل عبارت } \left(4x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(8x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - 1 \text{ را بدست آورید.}$$

$$14- \text{اگر } A = \left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right) \text{، } B = \left(\frac{2x}{1+x^2}\right) \text{، درستی رابطه } A^2 + B^2 = 1 \text{ را ثابت کنید.}$$

15- عبارات گویای زیر را ساده کرده و حاصل آن را بدست آورید.

- سؤال ۳ صفحه ۲۲۱ کتاب نوبل - سؤالات ۲۹ تا ۴۴ گلوآزه

\* عبارات زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید:

$$16) \frac{x}{x+2} + \frac{2}{x-2}$$

$$17) \frac{x^3 + 2x^2}{2x^3(x-5)} \times \frac{4x}{x^2 - 4}$$

$$18) \left( \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} \right) \left( \frac{3}{4x} - \frac{x}{4} - x \right)$$

$$19) B = \frac{2x^2}{x^2 - x} - \frac{x^2 + x}{x^2 - x}$$

$$20) \frac{x^2 - 7x + 12}{x^3 - 27} \div \frac{2x^2 + 6x + 18}{x^2 + x - 20}$$

$$21) \left( \frac{(x^3 + a^3)(a + x)}{x^2 + ax} \right) \div \left( \frac{x^2 - ax}{x^3 a^3} \times \frac{x - a}{a^2} \right)$$

$$22) \frac{1}{x} \div \frac{2}{x^2 - x}$$

$$23) \frac{2x^2 - 2}{x^2 + 3x + 2} \times \frac{x + 1}{x + 2}$$

$$24) \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20} \div \frac{6x + 24}{3x + 15}$$

$$25) \frac{x - 2}{x^2 - 9} \div \left( \frac{x}{x - 3} - \frac{3}{x + 3} \right)$$

$$26) \left[ 1 + \frac{1}{x} \right] \div \left[ 1 - \frac{1}{x} \right]$$

$$27) \frac{x^2}{x^2 + x - 20} - \frac{2x}{3x + 1}$$

$$28) \left( \frac{1}{a^2} - \frac{1}{x^2} \right) \div \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{a} \right)$$

$$29) A = \frac{7x-3}{x+1} + \frac{3x+1}{x+1}$$

$$30) \frac{5}{3a-12} - \frac{a^2}{a^2+a-2}$$

$$31) x + \frac{1}{x} + \frac{2x}{x-1}$$

ج) تقسیم یک جمله‌ای و چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای و چند جمله‌ای:

\* تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$$32) (10x^3yz^5) \div (-5x^2y)$$

$$33) (-x^4a^3b) \div (x^2a^2b)$$

$$34) \frac{10x^3ab^5 - 25x^4a + 5x^3}{-5x^4}$$

$$35) (42x^6y^2 - 14x^3y^3) \div 7xy$$

$$36) \left( \frac{3x}{8y} \div \frac{12y}{16x} \right) \div \frac{x^2}{4y^2}$$

$$37) 2x^2 - 8x + 2 \mid x - 2$$

$$38) (-x^4 + x^2 + 1) \div (-x^2 - x - 1)$$

$$39) (y^3 - 8) \div (y + 2)$$

$$40) 5x + 9x^3 - 8 \mid \underline{3x + 2}$$

$$41) 2x^2 + 4x + 7 - x^3 \mid \underline{x - 2}$$

$$42) (2 - 4x + 2x^3) \div (x - 1)$$

$$43) \frac{2y^3 + 3y - 6}{y - 1}$$

$$44) a^3 + a^2 - a - 1 \mid \underline{a^2 - 1}$$

۴۵- اگر در تقسیم  $3x^3 + 4x + m$  بر  $x + 2$  باقیمانده صفر شود،  $m$  را بیابید.

۴۶- مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید که باقیمانده‌ی  $x^3 + 3x^2 + mx - 1$  بر  $x - 2$  برابر ۵ شود.

۴۷- نشان دهید چند جمله‌ای  $2x^3 - (2a^2 + 1)x - a$  بر  $x + a$  بخش پذیر است.

۴۸- اگر باقیمانده تقسیم  $x^5 - 3x^3 + ax^2 + bx + 7$  بر  $x^2 - 2$  برابر  $5x + 1$  باشد مقادیر  $a, b$  را بدست آورید.

## د) عبارات گویایی

\* گویا کنید.

49)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

50)  $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$

51)  $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt[3]{-xy^2}}$

52)  $\frac{x}{-\sqrt[3]{-32}}$

53)  $\frac{4}{\sqrt{4x^3y^4}}$

54)  $\frac{xyz}{\sqrt[3]{x^4y^3z^5}}$

55)  $\frac{3}{\sqrt{2} - 5}$

56)  $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5} + \sqrt{7}}$

57)  $\frac{x - 2}{x\sqrt{2} + 2\sqrt{x}}$

58)  $\frac{a - b}{\sqrt{a^2 - 1} - \sqrt{b^2 - 1}}$

59)  $\sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}}$

60)  $\frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$

61)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}$

62)  $\frac{1}{\sqrt[3]{15} + \sqrt[3]{7}}$

63)  $\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

64)  $\frac{5}{\sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{2}}$

\* محاسبه کنید.

65)  $\frac{x}{1-\sqrt{x}} + \frac{2}{1+\sqrt{x}}$

66)  $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2}$

67)  $\frac{ab}{a+\sqrt{ab}} \times \frac{a-b}{b-\sqrt{a}\sqrt{b}}$

68)  $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} + \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$

69)  $\sqrt{2+\sqrt{3} + \frac{1}{2+\sqrt{3}}}$

70)  $1-\sqrt{x} + \frac{x}{1+\sqrt{x}}$

۷۱- حاصل عبارت رادیکالی زیر را به ازای حدود داده شده به دست آورید.

الف)  $x < -1$  :  $\sqrt{x^2+2x+1} - \sqrt{x^2}$

ب)  $-2 < x < \frac{1}{2}$  :  $\sqrt{4x^2-4x+1} - \sqrt{x^2+4x+4}$

ج)  $0 < x < 3$  :  $\sqrt{x^2+6x+9} - \sqrt{4x^2} + \sqrt{9x^2+12x+4}$

## هـ) مسائل تکمیلی:

\* اعمال جبری زیر را انجام دهید.

72)  $\frac{a+b}{a} + \frac{a+b}{b}$

73)  $\frac{1}{a+2} + \frac{1}{a+4}$

74)  $\frac{2x^2+5x}{x^2-4x+4} \times \frac{2x-4}{2x+5}$

75)  $\frac{y^2+ay}{a^2-ay} \div \frac{y^2+2ay+a^2}{y^2-a^2}$

76)  $\frac{1-x^3}{y^3} \div \frac{1-2x+x^2}{y^2}$

77)  $\frac{a^6-b^6}{(a+b)^3(a^3-b^3)} \times \frac{2a^2+4ab+2b^2}{a^2-ab+b^2}$

78)  $\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \div \left(\frac{a}{x^2} + \frac{a}{x}\right)$

79)  $\frac{\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}}{\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2}}$

80)  $\left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}\right) \left(\frac{x^2-y^2}{2y}\right)$

81)  $\left(1 - x + \frac{4+x^2}{1+x}\right) (1-x^2)$

82)  $\frac{x^3+y^3}{x^3-y^3} \times \frac{-x+y}{-x-y} \times \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-xy+y^2}$

83)  $1 + x + x^2 + x^3 - \frac{1}{x^2-1}$

84)  $\frac{25a^2-b^2}{9a^2x^2-4x^2} \times \frac{-x(3a+2)}{10a+2b} \times (-6a+4)$

85)  $\frac{\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}}{\left(\frac{1+x}{1-x} - 1\right) \left(1 - \frac{x}{x+1}\right)}$

$$86) \frac{\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3}}{\frac{1}{a} + \frac{a}{b^2} - \frac{1}{b}}$$

$$87) \frac{1 - \frac{1}{\frac{1}{x} + 1}}{1 + \frac{1}{\frac{1}{x} - 1}}$$

۸۸- عبارت گویایی پیدا کنید که اگر آن را با  $\frac{x^2}{1-x}$  جمع کنیم، حاصل  $\frac{1}{1-x}$  شود.

۸۹- اگر  $\frac{x^2-2x-15}{ax^2+3ax} \times \frac{x}{x-5} = 4$  باشد، مقدار  $a$  را بیابید.

۹۰- عبارت گویایی بیابید که اگر در  $\frac{x^2-5x+6}{5x-10}$  ضرب شود حاصل ۴ شود.

۹۱- اگر  $\frac{A+B}{A-B} = \frac{1}{2}$  باشد، مقدار  $\frac{A}{B}$  را تعیین کنید.

۹۲- اگر نسبت  $2a - 3b$  به  $2a + 3b$  برابر  $\frac{2}{3}$  باشد، نسبت  $a$  به  $b$  را تعیین کنید.

۹۳- اگر  $a$  مقسوم،  $b$  مقسوم علیه،  $q$  خارج قسمت و  $r$  باقیمانده باشد، تقسیم‌های زیر را به صورت  $a = bq + r$  بنویسید.

$$۱) 2x^2 + 8x - 6 \mid x - 2$$

$$۲) -x^4 + x^3 - 5x + 1 \mid x + 1$$

$$۳) 2x^3 - 5x^2 + 9x - 3 \overline{) x^2 - 2x - 3}$$

$$۴) 3x^2 + 9 - 6x^3 \overline{) -11x - 2x - 1}$$

۹۴- اگر در تقسیم  $3x^3 + 4x + k$  بر  $x + 2$  باقیمانده صفر شود، مقدار  $k$  را تعیین کنید.

۹۵- اگر خارج قسمت تقسیم  $y^2 + ay + 7$  بر  $y + 3$  برابر  $y - b$  و باقیمانده ۱ باشد، مقدار  $a$ ،  $b$  چقدر است؟

\* مخرج کسره‌های زیر را گویا کنید.

$$۹۶) \frac{1}{\sqrt{xy}-1}$$

$$۹۷) \frac{2\sqrt{7}+5}{2\sqrt{7}-5}$$

$$۹۸) \frac{5\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{5\sqrt{2}-2\sqrt{5}}$$

$$۹۹) \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5}}$$

$$۱۰۰) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}$$

$$۱۰۱) \frac{\sqrt{x+\sqrt{y}}}{\sqrt{x-\sqrt{y}}}$$