

توان رسانی

اگر a, b دو عدد حقیقی و m, n اعداد طبیعی باشند، قوانین زیر برای ساده سازی به کار می روند.

✓ تعریف توان :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ تا}}$$

✓ قوانین ضرب اعداد توان دار :

$$\begin{cases} a^n \times b^n = (ab)^n \\ a^n \times a^m = a^{n+m} \end{cases}$$

✓ قوانین تقسیم اعداد توان دار :

$$\begin{cases} a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n & (b \neq 0) \\ a^n \div a^m = a^{n-m} & (n > m), (a \neq 0) \end{cases}$$

• مثال ۱: حاصل هریک از عبارات زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$\begin{array}{lll} \text{الف)} \quad 0/5^3 \times 0/5^2 = & \text{ب)} \quad 2^3 \times 4^3 = & \text{ج)} \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^4 = \\ \text{د)} \quad (-15)^3 \div 5^3 = & \text{ه)} \quad \left(2\frac{1}{2}\right)^3 \times (2/5)^4 = & \text{و)} \quad \left(3\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{7}{2}\right)^5 = \end{array}$$

✍ حل :

$$\begin{array}{ll} \text{الف)} \quad (0/5)^{2+3} = (0/5)^5 & \text{ب)} \quad (2 \times 4)^3 = 8^3 \\ \text{ج)} \quad \left(\frac{-2}{3} \times \frac{-3}{2}\right)^4 = 1^4 = 1 & \text{د)} \quad \left(\frac{-15}{5}\right)^3 = (-3)^3 \\ \text{ه)} \quad (2/5)^3 \times (2/5)^4 = (2/5)^7 = \left(\frac{5}{2}\right)^7 & \text{و)} \quad \left(\frac{7}{2}\right)^9 \end{array}$$

• مثال ۲: نصف عدد 2^5 و خمس عدد 5^4 کدام است ؟

✍ حل :

$$\begin{array}{l} \text{نصف عدد} \rightarrow \frac{1}{2} \times 2^5 = \frac{2^5}{2} = 2^{5-1} = 2^4 = 16 \\ \text{خمس عدد} \rightarrow \frac{1}{5} \times 5^4 = \frac{5^4}{5} = 5^{4-1} = 5^3 = 125 \end{array}$$

• مثال ۳: حاصل هریک از عبارات زیر را به دست آورید :

$$\begin{array}{ll} A = (3^3 \times 3^4) \times 3^2 & B = 27 \times 4^3 \\ C = (4^5 \times 4^3) \div 4^3 & D = 4^2 - 3^2 + 5^2 \end{array}$$

حل :

$$A = 3^7 \times 3^2 = 3^9 \quad B = 3^3 \times 4^3 = (3 \times 4)^3 = 12^3$$

$$C = 4^8 \div 4^3 = 4^5 \quad D = 16 - 9 + 25 = 32$$

توان :

اگر a یک عدد حقیقی و n, m اعداد طبیعی باشند :

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

• مثال ۴ : عبارات زیر را به صورت عدد توان دار بنویسید :

$$(2^3)^2 = \text{الف} \quad [(3^2)^5]^6 = \text{ب}$$

حل :

$$(2^3)^2 = 2^6 \text{ الف} \quad [(3^2)^5]^6 = [3^{10}]^6 = 3^{60} \text{ ب}$$

📌 توجه ۱ : برای به توان رسانیدن اعداد توان دار اگر پرانتز باشد توان ها را در هم ضرب می کنیم در غیر این

صورت توان ها را از بالا به پایین محاسبه می کنیم.

• مثال ۵ : مقدار عددی عبارات زیر را پیدا کنید.

$$(2^3)^2 = \text{الف} \quad 2^{3^2} = \text{ب}$$

حل : با توجه به پاسخ باید دقت کرد که همواره $(2^3)^2 \neq 2^{3^2}$

$$(2^3)^2 = 2^6 = 64 \text{ الف} \quad 2^{3^2} = 2^9 = 512 \text{ ب}$$

قواعد :

اگر a عددی حقیقی و غیر صفر باشد قرارداد می کنیم :

$$a^0 = 1$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

📌 نتیجه : با این قراردادها می توانیم اعداد توان دار با توان صحیح منفی را نیز محاسبه کنیم. یعنی اگر n عدد

طبیعی باشد :

این یعنی a^{-n} و a^n معکوس یکدیگرند بنابراین می توان نوشت :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

• مثال ۶: حاصل عبارات زیر را پیدا کنید :

$$1) 5^0 \quad 2) \left(-\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^0 \quad 3) 2^{-1} \quad 4) \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \quad 5) \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$$

✍ حل :

$$1) 5^0 = 1 \quad 2) \left(-\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^0 = 1 \quad 3) 2^{-1} = \frac{1}{2} \quad 4) \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3 \quad 5) \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = 4/3$$

📖 توجه ۲ :

۱- برای محاسبه ی کسرهایی که در آن اعداد با توان منفی وجود دارند به این ترتیب عمل می کنیم که اعداد

با توان منفی را از صورت به مخرج برده و توان آنها را مثبت می کنیم به همین ترتیب اعداد با توان منفی را

از مخرج به صورت برده و توان آنها را مثبت می کنیم.

۲- در حالت کلی $(a+b)^n \neq a^n + b^n$ و $(a-b)^n \neq a^n - b^n$ به عبارت دیگر در جمع و تفریق

اعداد توان دار قانونی نداریم.

• مثال ۷: هریک از عبارات زیر را به صورت عدد توان دار با توان مثبت بنویسید :

$$1) 2^{-2} \quad 2) \left(\frac{3}{5}\right)^{-4} \quad 3) \frac{2^{-3} \times 5^4 \times 11^7}{2^{-7} \times 11^7}$$

✍ حل :

$$1) 2^{-2} = (2^{-1})^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad 2) \left(\frac{3}{5}\right)^{-4} = \left[\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}\right]^4 = \left[\frac{5}{3}\right]^4$$

$$3) \frac{2^{-3} \times 5^4 \times 11^7}{2^{-7} \times 11^7} = \frac{2^7 \times 5^4}{2^3} = 2^4 \times 5^4 = 10^4$$

• مثال ۸: اعداد $(0/5)^4$ و $(0/25)^3$ و $(0/125)^4$ را از کوچکتر به بزرگتر مرتب کنید

✍ حل : ابتدا پایه ی اعداد را به صورت یکسان تبدیل می کنیم.

$$\begin{cases} 0/25 = (0/5)^2 \\ 0/125 = (0/5)^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (0/25)^3 = ((0/5)^2)^3 = (0/5)^6 \\ (0/125)^4 = ((0/5)^3)^4 = (0/5)^{12} \end{cases}$$

در بین اعداد توان دار اگر پایه ی عددی بین صفر و یک باشد، هرچه توان عدد بزرگتر شود، مقدار عبارت کوچکتر

می شود، بنابراین :

$$(0/5)^{12} < (0/5)^6 < (0/5)^4 \rightarrow (0/125)^4 < (0/25)^3 < (0/5)^4$$

• مثال ۹: اعداد $A = 2^{3000}$, $B = 3^{2000}$, $C = 7^{1000}$, $D = 25^{500}$ را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

حل : ابتدا توان‌ها را یکسان می‌کنیم و با مقایسه پایه‌های اعداد ؛ اگر توان‌ها یکسان باشند، عددی که پایه‌ی آن بزرگتر است ؛ مقدارش هم بزرگتر خواهد شد.

$$A = 2^{3000} = (2^3)^{1000} = 8^{1000} \quad B = 3^{2000} = (3^2)^{1000} = 9^{1000}$$

$$D = 25^{500} = (5^2)^{500} = 5^{1000} \quad C = 7^{1000}$$

۱- نماد علمی

✓ **تعریف:** اگر عدد حقیقی را به صورت ضرب یک عدد اعشاری با قسمت صحیح یک رقمی و مخالف صفر در توان صحیحی از ۱۰ بنویسیم گوییم عدد را به صورت نماد علمی نمایش داده‌ایم. به زبان ریاضی :

$$N = P \times 10^n : 1 \leq P < 10, \quad n \in \mathbb{Z}$$

• مثال ۱۰: هریک از اعداد زیر را با نماد علمی نشان دهید.

ب) 0/000'000'000'000'000'125

الف) 42000'000'000'000'000'000'/0

✓ حل :

الف) $4/2 \times 10^{19}$

ب) $1/25 \times 10^{-16}$

📖 توجه ۳: برای نوشتن نماد صحیح ممیز عدد را جابه‌جا می‌کنیم، اگر n رقم به جلو ببریم توان ۱۰ را $-n$ و اگر

ممیز را n رقم به عقب ببریم توان ۱۰ را $+n$ قرار می‌دهیم و در مثال فوق :

$$\underbrace{42000'000'000'000'000'000'/0}_{\text{ممیز 19 رقم به عقب رفته است}} = 4/2 \times 10^{19}$$

ممیز 19 رقم به عقب رفته است

$$\underbrace{0/000'000'000'000'000'125}_{\text{ممیز 16 رقم به جلو رفته است}} = 1/25 \times 10^{-16}$$

ممیز 16 رقم به جلو رفته است

۲- ریشه گیری:

✓ اگر a عددی مثبت و $a^2 = b$ در این صورت a ، $(-a)$ را ریشه‌های دوم b می‌نامند. بنا به تعریف $\sqrt{b}$ ریشه‌ی دوم

b است که مثبت هم باشد. بنابراین $\sqrt{b} = a$

• مثال ۱۱: ریشه‌های دوم اعداد ۲۵ و ۸۱ را پیدا کنید.

✓ حل : ریشه‌های دوم عدد ۲۵ برابر ۵ و ۵- هستند و ریشه‌های دوم عدد ۸۱ برابر ۹ و ۹- هستند.

📖 توجه ۴: اعداد منفی ریشه‌ی دوم ندارند.

✓ اگر x عددی حقیقی باشد، $\sqrt{x^2} = |x|$. توجه کنید که رادیکال یک عدد همواره نامنفی (مثبت یا صفر) است.

• مثال ۱۲ :

حل : توجه کنید a^2b^2 همواره نامنفی است.

$$\sqrt{(-6)^2} = |-6| = 6 \quad \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1 \quad \sqrt{a^4b^4} = |a^2b^2| = a^2b^2$$

✓ اگر a, b دو عدد و $a^3 = b$ ، آنگاه a را ریشه‌ی سوم $\sqrt[3]{b}$ می‌نامند و با نشان می‌دهند. همه‌ی اعداد حقیقی مثبت، منفی یا صفر ریشه‌ی سوم دارند.

✓ ریشه‌ی سوم اعداد مثبت، مثبت و ریشه‌ی سوم اعداد منفی، منفی است.

• مثال ۱۳ :

$$\sqrt[3]{27} = 3 \quad \sqrt[3]{-125} = -5 \quad \sqrt[3]{a^3} = a$$

۳- اعمال بین رادیکالی :

(۱) جمع رادیکال‌ها : برای جمع کردن دو رادیکال فقط رادیکال‌های مشابه را به صورت زیر جمع می‌کنیم :

$$m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$$

$$m\sqrt[3]{a} + n\sqrt[3]{a} = (m+n)\sqrt[3]{a}$$

📖 توجه ۵ : منظور از رادیکال‌های مشابه رادیکال‌هایی هستند که هم عدد زیر آنها و هم فرجه‌هایشان مساوی باشند. بنابراین $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ مشابه نیستند. همچنین $\sqrt{2}$ و $\sqrt[3]{2}$ مشابه نیستند.

• مثال ۱۴ : در صورت امکان جمع کنید.

$$1) \sqrt{2} + 5\sqrt{2} \quad 2) 3\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{5} \quad 3) 3\sqrt{6} - 5\sqrt[3]{2} + 4\sqrt{6} + 2\sqrt[3]{2}$$

✓ حل : در قسمت سوم این مثال با هم جمع نمی‌شوند چون مشابه نیستند.

$$1) \sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \quad 2) 3\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5}$$

$$3) 3\sqrt{6} - 5\sqrt[3]{2} + 4\sqrt{6} + 2\sqrt[3]{2} = 7\sqrt{6} - 3\sqrt[3]{2}$$

📖 توجه ۶ : بنابر قواعد فوق به طور کلی $\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b} \neq \sqrt[3]{a \pm b}$ ، $\sqrt{a} \pm \sqrt{b} \neq \sqrt{a \pm b}$

(۲) ضرب رادیکال‌ها :

الف) ضرب عدد در یک رادیکال : برای ضرب کردن یک عدد در رادیکال عدد را فقط در ضرب پشت رادیکال ضرب

می‌کنیم. (نه در عدد زیر رادیکال) .

$$k \times (n\sqrt{b}) = kn\sqrt{b}$$

$$k \times (n\sqrt[3]{b}) = kn\sqrt[3]{b}$$

• مثال ۱۵: ضرب کنید.

$$1) 2(3\sqrt{7}) \quad 2) 4(-2^3\sqrt{7}) \quad 3) -5(2\sqrt{7} - 3^3\sqrt{2})$$

✍ حل:

$$1) 2(3\sqrt{7}) = 6\sqrt{7} \quad 2) 4(-2^3\sqrt{7}) = -8^3\sqrt{7} \quad 3) -5(2\sqrt{7} - 3^3\sqrt{2}) = -10\sqrt{7} + 15^3\sqrt{2}$$

(ب) ضرب رادیکال‌ها: برای ضرب کردن رادیکال در رادیکال فقط رادیکال‌هایی را در هم ضرب می‌کنیم که عدد

فرجه‌هایشان برابر باشد. این ضرب طبق قانون زیر انجام می‌شود.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$$

📖 توجه ۷: $\sqrt[3]{a} \times \sqrt{b}$ طبق قاعده‌ی فوق ضرب نمی‌شود.

• مثال ۱۶: ضرب کنید.

$$1) \sqrt{2}(2\sqrt{3} + 5\sqrt{6}) \quad 2) 5^3\sqrt{2}(3^3\sqrt{5} - 2^3\sqrt{2})$$

✍ حل:

$$1) \sqrt{2}(2\sqrt{3} + 5\sqrt{6}) = (\sqrt{2})(2\sqrt{3}) + (\sqrt{2})(5\sqrt{6}) = 2\sqrt{6} + 5\sqrt{12}$$

$$2) 5^3\sqrt{2}(3^3\sqrt{5} - 2^3\sqrt{2}) = (5^3\sqrt{2})(3^3\sqrt{5}) - (5^3\sqrt{2})(2^3\sqrt{2}) = 15^3\sqrt{10} - 10^3\sqrt{4}$$

۳- تقسیم رادیکال‌ها: برای تقسیم رادیکال‌ها طبق قاعده‌های زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$$

• مثال ۱۷: هریک از عبارات زیر را ساده کنید.

$$1) \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = ? \quad 2) \frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} = ? \quad 3) \frac{15 \sqrt[3]{242}}{5 \sqrt[3]{11}} = ?$$

✍ حل:

$$1) \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

$$2) \frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{81}{3}} = 3$$

$$3) \frac{15 \sqrt[3]{242}}{5 \sqrt[3]{11}} = 3 \sqrt[3]{22}$$

۴- توان رادیکال ها: برای به توان رسانیدن رادیکال ها فقط عدد زیر رادیکال را به توان می‌رسانیم. یعنی:

$$(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$$

$$(\sqrt[3]{a})^n = \sqrt[3]{a^n}$$

• مثال ۱۸: حاصل را به دست آورید:

$$1) (\sqrt{3})^2 = \quad 2) (3\sqrt{5})^2 = \quad 3) (\sqrt[3]{-2})^2 = \quad 4) (2 \sqrt[3]{5})^3 =$$

✍ حل:

$$1) (\sqrt{3})^2 = \sqrt{9} = 3 \quad 2) (3\sqrt{5})^2 = 27\sqrt{125}$$

$$3) (\sqrt[3]{-2})^2 = \sqrt[3]{4} \quad 4) (2 \sqrt[3]{5})^3 = 8 \sqrt[3]{125} = 40$$

۴- قواعد ساده رادیکال ها

✓ قاعده ۱: اگر یک رادیکال به توان فرجه‌اش برسد، عدد از زیر رادیکال خارج می‌شود. یعنی:

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$(\sqrt[3]{a})^3 = a$$

• مثال ۱۹: ساده کنید:

$$1) (\sqrt{17})^2 = \quad 2) (2\sqrt{7})^2 = \quad 3) (\sqrt[3]{11})^3 = \quad 4) (-2 \sqrt[3]{-5})^3 =$$

✍ حل:

$$1) (\sqrt{17})^2 = 17 \quad 2) (2\sqrt{7})^2 = 4 \times 7 = 28$$

$$3) (\sqrt[3]{11})^3 = 11 \quad 4) (-2 \sqrt[3]{-5})^3 = (-8)(-5) = 40$$

✓ قاعده ۲: اگر توان عدد زیر رادیکال مضربی از فرجه باشد می‌توان آن را ساده کرد:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt[3]{a^3} = a$$

• مثال ۲۰: ساده کنید:

$$1) \sqrt[3]{27} = \quad 2) 2\sqrt[3]{-b^3} = \quad 3) \sqrt{(-7)^2} = \quad 4) 3\sqrt{x^2} =$$

✍ حل:

$$1) \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3 \quad 2) 2\sqrt[3]{-b^3} = -2b$$

$$3) \sqrt{(-7)^2} = |-7| = 7 \quad 4) 3\sqrt{x^2} = 3|x|$$

✓ **قاعده ۳:** اگر توان عدد زیر رادیکال مضربی از فرجه باشد می توان آن را ساده کرد:

$$\sqrt{a^{2k}} = |a^k|$$

$$\sqrt[3]{a^{3k}} = a^k$$

📖 توجه ۸: فرجه ی $\sqrt{a}$ عدد ۲ است که نوشته نمی شود.

• مثال ۲۱: ساده کنید.

$$1) \sqrt{a^4 b^2} = \quad 2) \sqrt[3]{a^6 b^3} =$$

✍ حل:

$$1) \sqrt{a^4 b^2} = |a^2 b| = a^2 |b| \quad 2) \sqrt[3]{a^6 b^3} = a^2 b$$

۵- گویا کردن مخرج کسرها:

اگر در مخرج یک کسر رادیکال وجود داشته باشد برای ساده تر شدن محاسبات می توان مخرج را به یک عدد صحیح تبدیل کرد این عمل را گویا سازی مخرج کسر می نامند.

📖 توجه ۹: قاعده ی گویا کردن را می توان به این صورت ساده کرد که:

$$\frac{1}{k \sqrt[n]{a^m}} \times \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{ka}$$

• مثال ۲۲: مخرج کسره های زیر را گویا کنید.

$$1) \frac{2}{\sqrt{6}} = \quad 2) \frac{3}{2\sqrt{7}} = \quad 3) \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{5}} =$$

✍ حل:

$$1) \frac{2}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$2) \frac{3}{2\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{14}$$

$$3) \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{\sqrt[3]{18}}{5}$$

فصل سوم:

الف) توان:

۱- محاسبات زیر را انجام داده و به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$1) \left(-\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{2}{5}\right) =$$

$$2) (\sqrt{7})(\sqrt{7})(\sqrt{7}) =$$

$$3) (x - y)(x - y) =$$

$$4) 9 \times 2^8 - 5 \times 2^8 =$$

$$5) 60 \times 5^{99} + 13 \times 5^{100} =$$

$$6) \left(\frac{4}{5}\right)^9 \times \left(\frac{3}{2}\right)^9 \times \left(\frac{5}{6}\right)^9 =$$

$$7) 16^2 \div \left(\frac{1}{3}\right)^8 =$$

$$8) \frac{3^5(5^6 + 5^7)}{2 \times 6^6 + 3 \times 6^6} =$$

$$9) (xz)^3(zy) \div x^2(yz) =$$

$$10) 5^7 \times 12^5 \times 3^7 \times 4^2 \times 20^5 =$$

$$11) [(-a)^3]^4 \times [(-a)^2]^5 =$$

$$12) (8^2)^5 \times (4^3)^3 =$$

$$13) 9^{10} \times 4^3 \times 12^7 \times (8^3 + 8^4) =$$

$$14) \frac{9^5 \times 27^3}{81^4} =$$

$$15) \frac{35^7 \times 45^3}{21^4 \times 75^2} =$$

$$16) \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^5 \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2}{\left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2} =$$

$$17) \frac{8^{2n+1} \times 9^{2n+1}}{3^{2n+1} \times 4^{2n+1}} =$$

$$18) \frac{5 \times 2^{17} - 3^2 \times 4^8}{2^{10} + 2^{10}} =$$

$$19) 3^{3^2} \times 3^{2^3} =$$

$$20) (2^2)^{2^2} =$$

$$21) \left[12^{3^2} \div \left(\frac{2}{3}\right)^{3^2} \right] \div 6^{3^2} =$$

$$22) \frac{4^{-2} \times 50^4 \times 81^{-2}}{10^6 \times 36^{-3} \times 100^0} =$$

$$23) (2^3)^{-2} - 2^{-2} [2^3 + 2^3 (3^2 - 2^3)^{-1}]^{-1} =$$

$$24) \frac{16 \times 32 \times 33^{-1}}{9^2 \times 2^5 \times 11^{-2}} =$$

$$25) \frac{(14)^4 \times 250^4 \times 5^4}{49^2 \times 100^{-1}} =$$

$$26) 6^4 \times \left(\frac{12}{2}\right)^7 \times (2 \times 3)^5 =$$

$$27) a^{2m+5} \div a^{m+1} =$$

$$28) 3^7 \div (3^2 \times 3^4) =$$

$$29) 7^{13} \div (7^5 \div 7^4) =$$

$$30) (15^7 \div 15^2) \times 2^5 =$$

$$31) ((-7)^3 \times (5)^3 \times (-35)^5) \div (-5)^8 =$$

$$32) ((24^5 \div 3^5) \div 2^5) \times 4^3 =$$

$$33) \left(\left(5^n \times \frac{1}{2} \right) + \left(5^n \times \frac{1}{3} \right) + \left(5^n \times \frac{1}{6} \right) \right) \div 5^n =$$

$$34) \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^7 \div \left(\frac{a}{b}\right)^2}{\left(\frac{a}{b}\right)^4 \times (a \div b)} =$$

$$35) \frac{(1 + 9 + 71)^4}{(27)^2} =$$

$$36) \frac{(7.2)^{11} \div (0/9)^{11}}{(2.4)^5 \div (0/8)^5} =$$

$$37) \frac{2^n + 2^n + 2^{n+2}}{2^{n+3} - 2^n} =$$

$$38) \frac{5^x + 4 \times 5^x + 5^{x+1} - 5^{x+2} + 5^{x+1}}{(5 \times 5^{x-1} \times 5^x \times 5^{x+2}) \div 5^{2x-1}} =$$

$$39) \frac{7^{2n+1} \times 9^n}{(42)^n \times 63} =$$

$$40) 5^{2x+1} - 25 \times (5^2)^x - (5^x)^2 + 25^x - 5 \times 5^{2x} =$$

$$41) [(4^{-1} \times 2^2)^{-1}] \div (3 - 2^{-1})^{-2} =$$

$$42) \frac{3^5 \times 2^6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 6^{-1}}{3^4 \times 3^{-8} \times \left(\frac{9}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{6}\right)} =$$

$$43) \frac{8^{x+3} + 8^{x+3}}{8^x + 2^{3x}} =$$

$$44) -3 \times 3^{2x+1} - 3 \times 3^{2x} - 9^x - 18 \times 3^{2x-2} + 18 \times 9^x =$$

۴۵- عدد 16^{36} را به صورت حاصلضرب‌های زیر بنویسید.

الف) دو عدد مساوی توان دار با پایه‌ی ۱۶

ب) دو عدد مساوی توان دار با توان ۳۶

ج) دو عدد متمایز توان دار با توان ۳۶

د) دو عدد توان دار که یکی ۲۵۶ برابر دیگری باشد.

هـ) چهار عدد مساوی توان دار با پایه‌ی ۱۶

و) چهار عدد مساوی توان دار با توان ۳۶

ز) سه عدد مساوی توان دار با توان ۱۲

۴۶- عدد 27^{12} را به صورت حاصلضرب‌های زیر بنویسید.

الف) دو عدد توان دار مساوی با توان ۱۸

ب) دو عدد توان دار که یکی ۹ برابر دیگری باشد.

ج) چهار عدد توان دار مساوی با توان ۹

د) دو عدد توان دار مساوی با پایه‌ی ۹

هـ) سه عدد توان دار مساوی با توان ۶

۴۷- اگر ربع عدد 6^4 بر ثلث 12^3 تقسیم کرده و حاصل را ۴ برابر کنیم. مربع چه عددی به دست می‌آید؟

۴۸- هر دو عدد توان دار داده شده را با هم مقایسه کنید:

الف) 2^{15} و 16^4

ب) 5^{10} و 3^{15}

ج) 2^9 و 3^6

د) 27^4 و 81^3

هـ) 9^4 و 3^9 و 2^{12}

✻ معادلات توانی زیر را حل کنید :

49) $27^{2x+2} = 3^{x-1}$

50) $(3^{(x+2)})^2 = 3^7 \times 3^x$

51) $\frac{8^{1-x} \times 2^{4x}}{(1/4)^{x-2} \times 16^3} = 1$

52) $\frac{5^{x+1} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{-2x}}{25^{x-1}} = 0/04$

53) $-7^{x-1} + 7^x = 42$

54) $3^x + 3^{x+2} + 3^{x+4} = 273$

55) $(2^{x-1})(2^x) = 128$

56) $2 \times 5^{x+1} - 10 \times 5^{x-2} = 1200$

$$57) \left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$$

۵۸- اگر $a = 2^{3n-2}$ و $b = 8^n$ ، آنگاه چه رابطه‌ای بین a و b برقرار است؟

۵۹- اگر داشته باشیم $2^{-a} = 3$ و $3^{-b} = 2$ حاصل عبارات زیر را بدست آورید؟

الف) $2^{-ab} + 3^{-ab}$

ب) $(ab)^{-2} + (ab)^{-1}$

ج) $(8^{ab} - 9^{ab})^{-11}$

۶۰- اگر $x = 2^{4k}$ و $y = 4^{2k+1}$ ، آنگاه چه رابطه‌ای بین x و y برقرار است؟

۶۱- اعداد زیر را به صورت نماد علمی نمایش دهید.

الف) 14960000000

ب) 0/0000572

ج) $\frac{81^3 \times 21 \times 10^{15}}{27^3 \times 7}$

د) $\frac{1}{8000}$

۶۲- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

الف) $5/030 \times 10^{-9}$ و $0/05209 \times 10^{-7}$ و $5129/9 \times 10^{-12}$

$$0/343 \times 10^{-5} \text{ ب), } 3/34 \times 10^{-4} \text{ و } 32/2 \times 10^{-3}$$

۶۳- کدامیک از تساوی‌های زیر درست است ؟

$$1) \sqrt{25} = \pm 5$$

$$2) \sqrt{a^2} = |a|$$

$$3) \sqrt{(-\pi)^2} = -\pi$$

$$4) \sqrt{4^2} = \sqrt{(-4)^2}$$

$$5) -\sqrt{3} = \sqrt{-3}$$

$$6) \sqrt{c^4} = \pm c^2$$

$$7) (\sqrt{-x})^2 = x$$

$$8) \sqrt[3]{-b} = -\sqrt[3]{b}$$

✱ حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید ؟

$$64) \sqrt{(-5)^2} =$$

$$65) \sqrt{x^{16}} =$$

$$66) (\sqrt{a})^6 =$$

$$67) \sqrt{\frac{18x^4}{5}} =$$

$$68) \sqrt{1\frac{7}{9}} =$$

$$69) \sqrt{\frac{-0/04 a^3 b^5}{-49 b^9 a}} =$$

$$70) \sqrt{-2 + \sqrt{4 + \sqrt{20 + \sqrt{25}}}} =$$

$$71) \sqrt{\sqrt{1^3 + 2^3} + \sqrt{1^3 + 2^3 + 3^3}} =$$

$$72) \sqrt{5} \times \sqrt{125} =$$

$$73) -2\sqrt{54} \times \frac{\sqrt{2}}{3} =$$

$$74) \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{8}} \times \sqrt{\frac{50}{3}} \times \sqrt{\frac{27}{72}} =$$

$$75) \sqrt{24a^3b^5} \times \sqrt{\frac{3a}{b^3}} =$$

$$76) \sqrt[3]{-0/2} \times \sqrt[3]{0/04} =$$

$$77) \sqrt[3]{4a^2} \times \sqrt[3]{-b} \times \sqrt[3]{\left(\frac{-4a}{b^2}\right)^2} =$$

$$78) \sqrt[3]{0/054} =$$

$$79) \frac{\sqrt[3]{-13}}{5} + \frac{\sqrt[3]{13}}{6} =$$

$$80) \sqrt{27} + 2\sqrt{3} =$$

$$81) \sqrt[3]{8a-16} + \sqrt[3]{54-27a} =$$

$$82) \sqrt{128} - \sqrt{50} + \frac{1}{\sqrt{8}} =$$

$$83) \frac{\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{75}}{\sqrt{75} - \sqrt{12}} =$$

$$84) \frac{\sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{-0/125}}{\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54}} =$$

$$85) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{64}} - \sqrt{\frac{-45}{3^2 - 5^2}} =$$

$$86) \sqrt[3]{250} + \sqrt[3]{0/016} - \sqrt[3]{\frac{40}{3}} + 6\sqrt[3]{\frac{5}{81}} =$$

$$87) \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} =$$

$$88) \sqrt{75 + \sqrt[3]{8 \times 27}} =$$

$$89) [(-3\sqrt{6} + 6\sqrt{2})\sqrt{3}] \div \sqrt[3]{27} =$$

$$90) 5\sqrt{0/72} - 3\sqrt{98} + 5\sqrt{0/08} =$$

$$91) -\frac{1}{3} + \sqrt{\frac{-2}{9} + \sqrt{\frac{-2}{9} + \sqrt{\frac{1}{9}}}} =$$

$$92) \text{ if } x < 0 \rightarrow \sqrt[3]{-x^6} - 3 + \sqrt{(x-2)^2} - \sqrt[5]{(x-1)^5} =$$

$$93) 3\sqrt{20} - \sqrt{1^2 + 2^2} - \sqrt{0/2} =$$

۹۴- ریشه دوم عبارات زیر را بدست آورید.

الف) 81

ب) 0/0016

ج) $a^8 b^6$

د) $\frac{25b^4}{a^{10}}$

۹۵- ریشه سوم عبارات‌های زیر را بدست آورید.

الف) -64 125

ب) صفر

ج) $(-25)^3$

د) $\frac{-c^3 b^6}{8 a^{12}}$

الف) 81

ب) 0/0016

هـ) $\frac{216}{b^9}$

۹۶- گویا کنید.

1) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

2) $\frac{3}{\sqrt{12}}$

3) $\sqrt{\frac{3}{7}}$

4) $\sqrt{\frac{2}{8a^3}}$

5) $\sqrt{\frac{x}{3ab^4c}}$

6) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

7) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$

8) $\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{-32}}$

9) $\frac{ab}{\sqrt[3]{-3a^2b}}$

10) $\frac{(4ab)^3}{\sqrt{2^5a^4b^3} \times \sqrt[3]{2^5a^4b^3}}$

11) $\sqrt{\frac{4}{\sqrt{39}}}$

12) $\sqrt{\frac{32}{\sqrt[3]{2}}}$

* حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید ؟

97) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$

98) $(0/25)^{-\frac{3}{2}}$

99) $27^{-\frac{1}{3}}$

100) $\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{192} - \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{375}$

101) $\sqrt[3]{9 + \sqrt{17}} \times \sqrt[3]{9 - \sqrt{17}}$

محتوای تکمیلی:

همواره نکات زیر در محاسبات رادیکالها و توانها برقرار است:

(۲) $\sqrt[k]{a^k} = a$ (ک فرد)

(۱) $(\sqrt[k]{a})^k = a$

(۴) $\sqrt[k]{ab} = \sqrt[k]{a} \cdot \sqrt[k]{b}$

(۳) $\sqrt[k]{a^k} = |a|$ (ک زوج)

(۶) $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$

(۵) $\sqrt[k]{a^m} = (\sqrt[k]{a})^m$

(۸) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{\sqrt[p]{a^q}}} = \sqrt[mnp]{a^p} = a^{\frac{p}{nmp}}$

(۷) $\frac{p}{a^n} = \sqrt[n]{a^p} = (\sqrt[n]{a})^p$

(۱۰) $a^{-k} = \frac{1}{a^k}$

(۹) $\frac{m}{a^n} = a^{\frac{km}{kn}}$

(۱۱) قوانینی که برای توان رسانی با توان اعداد صحیح برقرار است، تمامی آنها برای توان های اعداد گویا و حقیقی نیز برقرار است.

مثال) اعداد $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[3]{-4}$ را با فرجه ی ۶ بنویسید.

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3 \times 2]{4^2} = \sqrt[6]{16}$$

$$\sqrt[3]{-4} = -\sqrt[3]{4} = -\sqrt[3 \times 2]{4^2} = -\sqrt[6]{16}$$

مثال) اعداد بیرون رادیکال را به زیر رادیکال ببرید.

الف) $-2\sqrt[3]{2} = -\sqrt[2]{2^3 \times 2} = -\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{-16}$

ب) $-2\sqrt[4]{2} = -\sqrt[4]{2^4 \times 2} = -\sqrt[4]{32}$

مثال) حاصل عبارت روبرو را بدست آورید.

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{\sqrt[3]{x}\sqrt{x}} &= 4 \times 3 \sqrt[3]{x}\sqrt{x} = 12 \sqrt{x \cdot x^{\frac{1}{2}}} = 12 \sqrt{x^{\frac{3}{2}}} = x^{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{12}} = x^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{x} \\ &= \sqrt[24]{x^3} = \sqrt[24 \div 3]{x^{3 \div 3}} = \sqrt[8]{x} \text{ یا} \end{aligned}$$

تذکر ۶: اعداد بزرگتر از یک هر چه به توان بزرگتری برسند بزرگتر و هر چه از آنها ریشه بگیریم کوچکتر می شوند ولی در هر دو حالت بزرگتر از یک خواهند ماند:

$$a > 1 \Rightarrow \dots > a^3 > a^2 > a > \sqrt{a} > \sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a} > \dots > 1$$

تذکر ۷: اعداد کوچکتر از یک که مثبت باشند ($0 < a < 1$) هر چه به توان بزرگتری برسند کوچکتر و هر چه از آنها ریشه بگیریم بزرگتر می شوند ولی در هر دو حالت کوچکتر از یک خواهند ماند:

$$0 < a < 1 \Rightarrow \dots < a^3 < a^2 < a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \dots < 1$$

مثال) مقایسه کنید.

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad \sqrt[4]{7} \square 7^{0/2} \quad \text{ب)} \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{5}} \square 4^{-\sqrt{5}} \\ \text{الف)} \quad 7^{1/4} \square 7^{3/10} \rightarrow 7^{1/4} \square 7^{1/5} \quad 1/4 \geq 1/5 \quad 7^{1/4} \square > 7^{1/5} \\ \text{ب)} \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{5}} \square \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

تذکر ۸: وقتی که توان‌ها در این محور مقایسات با هم برارند هر چه پایه بزرگتر باشد، عدد مورد نظر بزرگتر خواهد بود.

۱- اگر $\sqrt[2k]{a}$ و $\sqrt[2k+1]{b}$ تعریف شده (با معنی) باشند، کدام گزاره‌های زیر نا درست است. مثال بزنید.

الف) a الزاماً عدد حقیقی مثبت است.

ب) b هر عدد حقیقی می تواند باشد.

ج) $\sqrt[2k]{a}$ هر عدد حقیقی می تواند باشد.

د) $\sqrt[2k+1]{b}$ هم علامت b است.

هـ) $\sqrt[2k]{a} = x \Rightarrow a = x^{2k}$

و) $a = x^{2k} \Rightarrow \sqrt[2k]{a} = x$

$${}^{2k+1}\sqrt{a} = y \Rightarrow a = y^{2k+1} \quad (\text{ز})$$

$$a = y^{2k+1} \Rightarrow {}^{2k+1}\sqrt{a} = y \quad (\text{ح})$$

۲- ریشه ششم عدد $\left(\frac{a^4}{3}\right)^3$ و ریشه پنجم $\sqrt[3]{-a^{10}}$ را بدست آورید.

۳- الف) $\sqrt[6]{16}$ را با فرجه ۳ و فرجه ۲ بنویسد.

ب) $\sqrt[3]{2}$ و $\sqrt[3]{-2}$ را با فرجه ۹ بنویسد.

ج) $\sqrt[3]{5}$ و $\sqrt[3]{-5}$ را با فرجه ۶ بنویسد.

۴- مقایسه کنید.

الف) $\sqrt[4]{2} \square \sqrt[6]{3} \Rightarrow {}^{3 \times 4}\sqrt{2^3} \square {}^{2 \times 6}\sqrt{3^2} \Rightarrow \sqrt[12]{8} \square \sqrt[12]{9}$

ب) $\sqrt[7]{5} \square \sqrt[3]{2}$

ج) $\sqrt[5]{4} \square \sqrt[4]{3}$

د) $\sqrt[4]{5} \square \frac{3}{2}$

هـ) $\sqrt[4]{12} \square \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$

- حاصل هر قسمت را بدست آورید.

5) $\sqrt[5]{-32}$

6) $\sqrt[4]{(-5)^4}$

7) $\sqrt[6]{62^2}$

$$8) \sqrt[9]{\left(\frac{a^6}{27}\right)^6}$$

$$9) \sqrt[4]{3a^2} \times \sqrt[4]{9a^3} \times \sqrt[4]{12a}$$

$$10) \sqrt[7]{16a^4} \times \sqrt[7]{8a^3}$$

$$11) \frac{\sqrt[5]{-2^8}}{\sqrt[5]{8}}$$

$$12) \sqrt[3]{\frac{32}{a^4}} \div \sqrt[3]{\frac{-4}{a}}$$

$$13) \sqrt[5]{(-32)^3} + 2\sqrt[3]{125}$$

$$14) \sqrt[4]{16^3} - \sqrt[3]{27^2}$$

$$15) \frac{2\sqrt[5]{x^6} - 3\sqrt[5]{xy^5} + y\sqrt[5]{x}}{x - y}$$

$$16) \sqrt[6]{0/027} - \sqrt{0/3}$$

- حاصل عبارات زیر را به صورت یک رادیکال و به صورت ساده شده بنویسید.

$$17) \sqrt[5]{a} \sqrt[6]{a^5}$$

$$18) \sqrt{2\sqrt[3]{2}}$$

$$19) \sqrt[3]{-2\sqrt{2}}$$

$$20) \sqrt[4]{2\sqrt[3]{4\sqrt{3}}}$$

$$21) \sqrt[3]{-\sqrt{3}\sqrt[4]{5}}$$

$$22) \sqrt{2} \times \sqrt[12]{2^5}$$

$$23) \sqrt[6]{25} \times (\sqrt[3]{5})^2$$

$$24) \frac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt[4]{8}}$$

$$25) \frac{\sqrt{10}}{\sqrt[6]{64000}}$$

$$26) \sqrt[3]{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2^3}$$

عبارات توان دار (نمایی) را به صورت رادیکالی و عبارات رادیکالی را به صورت نمایی بنویسید.

$$27) \sqrt[4]{5}$$

$$28) 3^{7/3}$$

$$29) \left(\sqrt[3]{7}\right)^2$$

$$30) 10^{0/1}$$

$$31) 20^{-0/2}$$

$$32) \sqrt[4]{3} \times \sqrt[6]{3}$$

$$33) \sqrt{x} \sqrt[3]{x^2}$$

$$34) \sqrt[5]{3^4 \sqrt{3}}$$

- حاصل عبارت زیر را بیابید. (ابتدا عبارات رادیکالی را به صورت نمایی تبدیل کرده و سپس ساده کنید).

$$35) (125)^{-\frac{2}{3}}$$

$$36) 81^{0/25}$$

$$37) \left(\sqrt[4]{27}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$38) \sqrt[3]{49} \times 7^{-\frac{5}{3}}$$

$$39) \frac{1}{\sqrt{2}} \times 4^{\frac{3}{4}}$$

$$40) \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{25}{36}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$41) \frac{(\sqrt[5]{8})^{\frac{1}{6}} \times \sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{(\sqrt{2})^{\frac{1}{15}}}$$

$$42) (17 + 12 \times 20^{0/5})^{0/25} \times (48 - 32 \times 2^{0/5})^{0/5}$$

$$43) \sqrt[3]{-3\sqrt{2}} \div \sqrt{2\sqrt[3]{3}}$$

$$44) y^2 \sqrt{y^2 \sqrt{y^2}} \div \sqrt{y \sqrt{y} \sqrt{y}}$$

$$45) \sqrt[5]{a^3 \sqrt{a^2 \sqrt[3]{a-1}}} \div \sqrt[3]{a^5 \sqrt{a^4 \sqrt{a^5}}}$$

– حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$46) \frac{10\sqrt{8}}{100\sqrt{2}}$$

$$47) \left(\left(\sqrt[3]{7} \right)^{\sqrt[3]{12}} \right)^{\sqrt[3]{18}}$$

$$48) \left(2^{4-\sqrt{10}} \right)^{4+\sqrt{10}}$$

$$49) 2^{5-\sqrt{10}} \times 2^{5+\sqrt{10}}$$

$$50) \frac{\left((\sqrt{4})^{\sqrt{2}} \right)^{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{3}^{\sqrt{2}-2}}$$

$$51) \left(\frac{\sqrt{3}^3 \sqrt{3}}{3 \sqrt{3}} \right)^{\sqrt{3}}$$

$$52) \left(\sqrt[4]{2} - 1 \right)^{\sqrt{8}} \left(\sqrt[4]{2} - 1 \right)^{\sqrt{8}} \left(\sqrt{2} + 1 \right)^{\sqrt{8}}$$

$$53) \left(\sqrt[3]{3}^{1+\sqrt[3]{2}} \right)^{1-\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}$$

- معادلات زیر را حل کنید.

$$54) \sqrt[5]{x} \sqrt{x} = \sqrt[15]{8}$$

$$55) \sqrt[6]{x^2 - 1} = 2$$

$$56) \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt{8^x}$$

$$57) \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{3}{4}}} = \sqrt[6]{2}$$

$$58) (\sqrt{3})^x = \sqrt{\sqrt[5]{9}}$$

$$59) x^{\sqrt{3}+1} \cdot x^{\sqrt{3}-1} = 64$$

$$60) \frac{x^{\sqrt{2}}}{x^{\sqrt{8}}} = 0 / 25$$

$$61) \sqrt[3]{2} = \sqrt{\sqrt[3]{16}}$$

– مقایسه کنید.

$$\text{الف)} 6^{0/4} \square 6^{0/5}$$

$$\text{ب)} \sqrt[4]{3} \square 3^{0/2}$$

$$\text{ج)} \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \square \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{د)} 5^{\frac{1}{5}} \square 6^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{ه)} 2^{-\frac{3}{4}} \square 3^{-\frac{3}{4}}$$

$$\text{و)} \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{5}} \square 3^{-\sqrt{5}}$$

$$\text{ح)} 25^{\sqrt{5}} \square 5^5$$

$$\text{ط)} \frac{1}{\sqrt[3]{3}\sqrt{3}} \square \frac{1}{\sqrt{3}\sqrt[3]{3}}$$

$$\text{ی)} (\sqrt{2})^{-2} \square 2^{-\sqrt{2}}$$